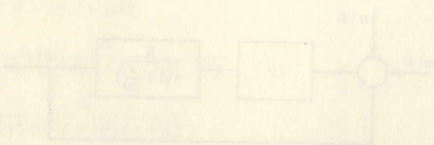
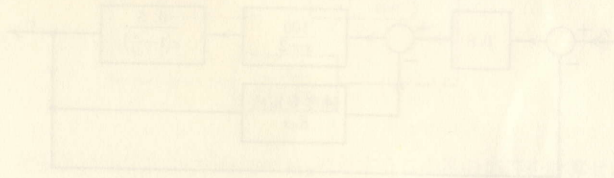
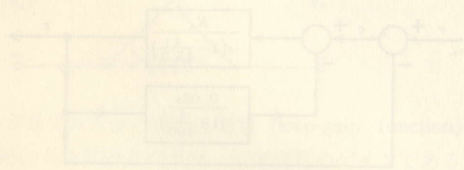


$n(t)$ は自己相関関数 $\phi_{nn}(\omega) = B^2/\pi$ をもつノイズ信号である。入力信号 $m(t)$ とノイズ $n(t)$ とは定常不規則で相関関係はない。理想的な出力は入力 $m(t)$ に等しい。 $\phi_{mm} = Kb^2/(b^2 + \omega^2)$ 。平均 2 乗誤差 $\overline{e^2} = \overline{[c(t) - m(t)]^2}$ を最小にする K の値は存在するか。

12. 次の前向き経路伝達関数をもつ直結フィードバック制御系がある。

$$G_f(s) = \frac{500}{s^2 \left(1 + \frac{s}{100}\right)}$$

この系において位相余裕 40° を生ずるように直列補償回路を設計せよ。



変調理論

2.1 振幅変調

2つの時間関数の積によって、振幅変調信号とよばれる第3の時間関数を作ることを振幅変調という。この現象は次式で表わされる。

$$f_m(t) = f_s(t)f_c(t) \quad (2.1)$$

ここで、 $f_s(t)$ は変調関数、 $f_c(t)$ は搬送波関数である。また $f_m(t)$ は被振幅変調関数である。一般に、 $f_c(t)$ および $f_s(t)$ は次の形で表わされる。

$$f_c(t) = e_c(t) \quad (2.2)$$

$$f_s(t) = K[a + ke_s(t)] \quad (2.3)$$

式(2.1) に式(2.2) および (2.3) を代入すると

$$f_m(t) = K[a + ke_s(t)]e_c(t) \quad (2.4)$$

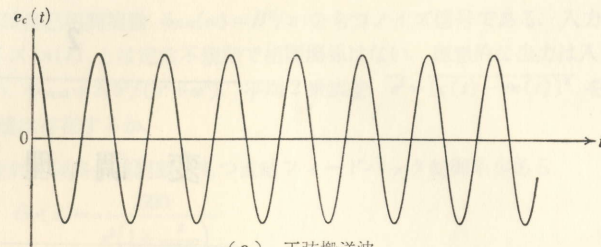
正弦搬送波信号、すなわち $e_c(t) = \cos \omega_c t$ の場合に対しては

$$f_m(t) \equiv e_m(t) = K[a + ke_s(t)] \cos \omega_c t \quad (2.5)$$

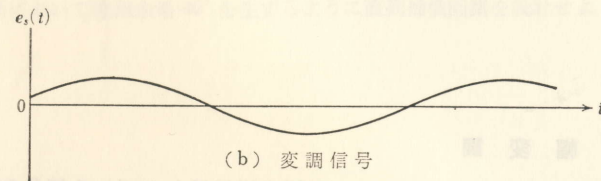
この形を図 2.1(c) に示した。定数 a は不平衡変調器¹⁾ 系では1となり、平衡変調器²⁾ 系では0である。しかし、ここでは一般式を与えるために a に対し数値を与えてない。

振幅変調の原理を説明するために、いろいろな変調信号を用いた特定の状況を考える。それらの変調信号として、(1) 単一正弦波、(2) 一般的な周期

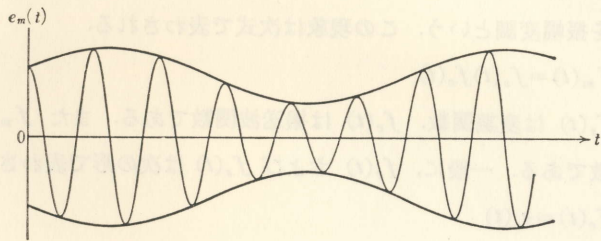
1) unbalanced modulator 2) balanced modulator



(a) 正弦搬送波



(b) 変調信号



(c) 被変調波

図 2.1 被振幅変調波

関数形および(3)一般的な非周期関数形などがあげられる。これらについて正弦搬送波と関連づけて考察する。

(1) 変調信号が単一正弦波——たとえば、 $e_s(t) = E_s \cos \omega_s t$ ——であれば被変調信号 $e_m(t)$ のフーリエ級数は3つの調波成分をもつ。角周波数 ω_c における基本成分、 $\omega_c + \omega_s$ における

上側波成分および $\omega_c - \omega_s$ における下側波成分である。これは、式(2.5)に $e_s(t)$ を代入し、適当な三角関数を使って展開することにより証明される。す

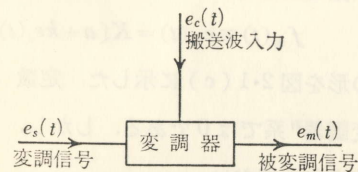
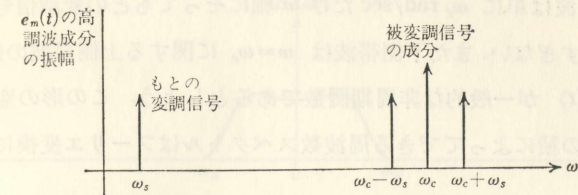


図 2.2 変調器のモデル

図 2.3 正弦搬送波と正弦変調信号をもつ $e_m(t)$ の線スペクトル

なわち、

$$e_m(t) = aK \cos \omega_c t + \frac{kK E_s}{2} [\cos(\omega_c + \omega_s)t + \cos(\omega_c - \omega_s)t] \quad (2.6)$$

(2) 入力信号が一般的な周期関数の場合には、それをフーリエ級数で表わして

$$e_s(t) = \sum_{n=1}^M E_n \cos \omega_n t \quad (2.7)$$

とおく。ここで、 $\omega_n = 2\pi n/T$ 、 T は基本波の周期である。 ω_M は $e_s(t)$ の最高次高調波成分のラジアン(角)周波数である。

式(2.5)を用いて、

$$e_m(t) = aK \cos \omega_c t + \frac{kK}{2} \sum_{n=1}^M E_n [\cos(\omega_c + \omega_n)t + \cos(\omega_c - \omega_n)t] \quad (2.8)$$

被変調信号は基本波成分のほかにその両側に現われる M 個の離散的周波数成分を含む。これに対応するスペクトルを図2.4に示す。この図からわかるよう

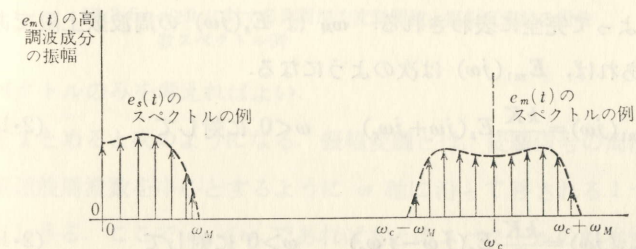


図 2.4 周期的変調信号および振幅変調波(正弦搬送波の場合)の線スペクトル例

に、上側帯波は単に ω_c rad/sec だけ ω 軸にそってもとの変調信号を右に移動したものにすぎない。また下側帯波は $\omega = \omega_c$ に関する上側帯波の鏡像である。

(3) $e_s(t)$ が一般的な非周期関数であるとしよう。この形の変調信号と正弦搬送波との積によってできる周波数スペクトルはフーリエ変換によって得られる。

式 (2.5) より

$$e_m(t) = aK \cos \omega_c t + kK e_s(t) \cos \omega_c t \quad (2.9)$$

これを書き直して

$$e_m(t) = aK \cos \omega_c t + e_{m1}(t) \quad (2.10)$$

ここで、

$$e_{m1}(t) = kK e_s(t) \cos \omega_c t \quad (2.11)$$

式 (2.11) をフーリエ変換すると

$$E_{m1}(j\omega) = kK \int_{-\infty}^{\infty} e_s(t) \cos \omega_c t e^{-j\omega t} dt \quad (2.12)$$

それゆえ

$$E_{m1}(j\omega) = \frac{kK}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e_s(t) [e^{-j(\omega+\omega_c)t} + e^{-j(\omega-\omega_c)t}] dt \quad (2.13)$$

これより

$$E_{m1}(j\omega) = \frac{kK}{2} [E_s(j\omega + j\omega_c) + E_s(j\omega - j\omega_c)] \quad (2.14)$$

$E_s(j\omega)$ は $e_s(t)$ のフーリエ変換を表わす。 $e_m(t)$ の周波数スペクトルは式 (2.9) の項 $aK \cos \omega_c t$ に対応する $\omega = \pm \omega_c$ における離散的成分を含めて考えることによって完全に表わされる。 ω_M は $E_s(j\omega)$ の周波数上限であるが、 $\omega_M < \omega_c$ であれば、 $E_{m1}(j\omega)$ は次のようになる。

$$E_{m1}(j\omega) = \frac{kK}{2} E_s(j\omega + j\omega_c) \quad \omega < 0 \text{ に対して} \quad (2.15)$$

あるいは

$$E_{m1}(j\omega) = \frac{kK}{2} E_s(j\omega - j\omega_c) \quad \omega > 0 \text{ に対して} \quad (2.16)$$

図 2.5 はこの場合を図示している。回路設計の立場からは $\omega > 0$ に対する周

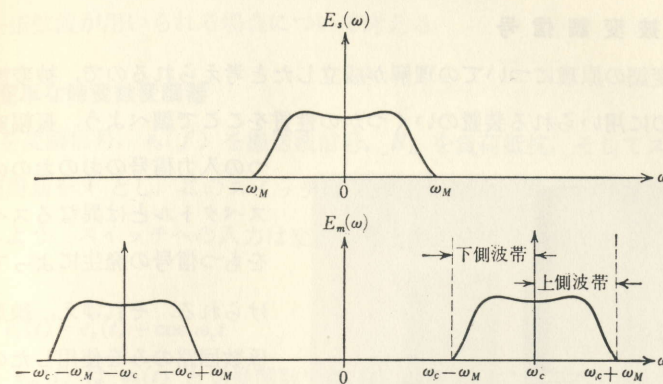


図 2.5 非周期的変調関数および振幅変調波（正弦搬送波の場合）の周波数スペクトル例

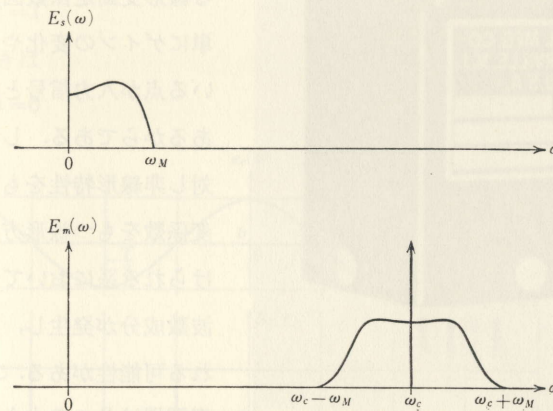


図 2.6 $\omega \geq 0$ に対する非周期的変調関数と振幅変調波の周波数スペクトル例

波数スペクトルのみを考えればよい。

以上をまとめると次のようになる。振幅変調とは、変調信号の周波数スペクトルが搬送波周波数を中心とするように ω 軸に沿って移される 1 つのプロセスとみなしうる。ここで $\omega_M < \omega_c$ であればもとのスペクトルの対称性が保持される。